

基于风险定价框架的巨灾债券定价模型比较研究

田 玲, 向 飞

(武汉大学 经济与管理学院, 湖北 武汉 430072)

[作者简介] 田 玲(1969-), 女, 山东文登人, 武汉大学经济与管理学院保险与精算系教授, 博士生导师, 主要从事风险管理与保险学研究; 向 飞(1980-), 男, 安徽芜湖人, 武汉大学经济与管理学院保险与精算系硕士生, 主要从事风险管理与保险学研究。

[摘要] LFC 模型、Wang 两因素模型和 Christofides 模型是风险定价框架下的三个典型巨灾债券定价模型。通过对这三个典型巨灾债券定价模型进行比较研究后, 我们认为, 在未来的巨灾债券定价过程中, 可以在过去交易的加权平均的风险厌恶水平 ρ 值的基础上进行调整, 利用 Christofides 模型得到一个大致的价格范围。

[关键词] 巨灾债券; 风险定价; LFC 模型; Wang 两因素模型; Christofides 模型

[中图分类号] F840 [文献标识码] A [文章编号] 1672-7320(2006)02-0168-07

面对自然巨灾所致的巨大损失, 传统(再)保险公司可能在巨灾保险业务方面遭遇财务困难。因为自然巨灾风险缺乏(再)保险机制赖以发挥作用的良好性质。近些年来, 资本市场和保险市场的日趋融合, 为(再)保险公司利用新型风险转移工具抗击巨灾风险创造了机会。在这些交易中, 应用最为广泛的产品便是巨灾债券, 其票息或本金的支付取决于与自然巨灾事件相关联的标的的风险的发生与否。

由于巨灾债券结构特征上的金融产品属性和逻辑特征上的保险产品属性, 使得处理它的定价问题颇为棘手, 因为其本质上是在解决——怎样在资本市场流动交易的环境中对高度偏斜分布的巨灾风险进行定价(Geneva Association, 2004)。在本文中, 我们选择风险定价框架下的三个典型的巨灾债券定价模型——LFC 模型、Wang 两因素模型和 Christofides 模型进行比较研究。

一、LFC 模型的基本原理

LFC 模型是由美国专业的致力于风险证券化的 Lane Financial 公司总裁 Morton Lane 博士在对巨灾债券市场价格进行数年观察后提出来的(Lane, 1997、1998、1999、2000)。

一般认为, 风险性金融工具的价格除掉货币的无违约时间价值外, 由两部分组成, 其中第一部分补偿投资者面临的期望损失, 第二部分补偿投资者面对的非期望损失。对非期望损失的补偿部分, 通常被称为“风险附加”(load)或“期望超额回报”(expected excess return, EER)。

期望损失(expected loss, EL)是债券产生的可能结果(L_i)的概率(p_i)加权之和, 即 $EL = \sum p_i L_i$ 对于非期望损失的补偿来说, LFC 模型的逻辑基础是风险管理中应用最为普遍的损失频率和损失程度概念。其中, 损失频率在 LFC 模型中被称为“第一美元损失概率”(the probability of first dollar loss,

PFL), 它描述了一次损失发生时所有可能的情形, 是所有可能损失的概率之和, 用公式表示为: $PEL = \sum p_i = 1 - p_0$, 其中 $i > 0$, p_0 是损失为零时的概率。Lane(1998)认为条件期望损失(conditional expected loss, CEL)在度量非对称分布的风险方面更为有利。因此, LFC 模型用条件期望损失来表示损失程度, 即如果发生一次损失, 它的期望规模的大小。在离散概率的情形下, 条件期望损失可以表示为: $CEL = \sum [p_i / (1 - p_0)] * L_i$, 其中 $i > 0$ 。注意到 $CEL = \sum [p_i L_i] / (1 - p_0) = EL / PEL$ 。所以, 我们可以利用巨灾债券发行宣传资料上已经给出的期望损失和损失频率值很方便地计算出条件期望损失值, 这就使对巨灾债券价格进行精确的实证分析成为可能。

进一步地, Lane 博士(2000)认为损失频率和损失程度在一种乘方类型的关系中相互权衡, 这种权衡关系可用公式表示为: 风险附加 $= \gamma * (PFL)^\alpha * (CEL)^\beta$, 因此, 相应地, 巨灾债券价格 $= EL + \gamma * (PFL)^\alpha * (CEL)^\beta$ 。

二、Wang 两因素模型的基本原理

Wang 两因素模型是 Wang 在多年对金融和保险市场统一定价的研究成果基础上提出的(Wang, 2004)。所谓“两因素”是指模型既考虑了概率变换, 又做了参数不确定性调整。

Wang 用一条损失超越曲线(loss exceedance curve)来刻画债券所承担的巨灾损失, 用公式表示为: $S(x) = \Pr\{X > x\}$, 即巨灾损失额 X 超过 x 美元的概率。对于一只巨灾债券来说, 提供给投资者的损失超越曲线一般可以有两条获取途径: (1)将公司的风险暴露数据输入巨灾建模软件; (2)利用一些参数指标(如某一特定区域一次地震的里氏震级, 某一总体行业损失指标等)来设计支付函数。通常巨灾债券的发行宣传资料上会提供期望损失、第一美元损失概率、本金耗尽概率(probability of exhaustion, PE)数据, 这样我们就可以得到 $S(x)$ 的近似值, 相关的细节将在 Christofides 模型中介绍。

我们知道, 衡量回报服从正态分布的资产的风险调整绩效的常用指标是夏普比率, 即每单位波动率的超额回报。但是, 对于巨灾债券来说, 我们不能简单地照搬这一传统概念, 因为其回报分布是偏斜的、跳跃的, 即大部分概率集中于零损失, 但是也潜在着小概率的巨大负回报。为了将夏普比率概念扩展到具有偏斜分布的风险, Wang(2000)提出了如下的 Wang 变换公式

$$S^*(x) = \Phi(\Phi^{-1}(S(x)) + \lambda) \quad (1)$$

此处 Φ 表示标准正态分布的累积分布函数。对于一个给定的具有客观的损失超越曲线 $S(x)$ 的损失变量 X 来说, Wang 变换的意义在于, 产生了一条经过“风险调整”后的损失超越曲线, 或者说是一条“价格曲线” $S^*(x)$ 。

假设 $S(x)$ 服从 $[0, 100]$ 区间上的均匀分布, 设 $\lambda = 0.3$, 根据概率密度描绘曲线, Wang 发现, 经过 Wang 变换调整后的均匀分布的概率密度随着 x 的增大而逐渐递增; 随着 x 的减小而逐渐递减。换句话说, Wang 变换后的分布包含了风险附加, 即 Wang 变换对原有分布进行了风险调整。并且如果 S 服从正态分布 (μ, σ^2) , 那么 Wang 变换后得到 S^* 也服从正态分布, 其中 $\mu^* = \mu + \lambda\sigma$, $\sigma^* = \sigma$ 。因此, 对于呈正态分布的风险来说, 参数 λ 就是夏普比率。

上面的分析实际上假定风险的概率分布是已知的, 不存在模糊性。但事实上, 人们总是不得不在有限的可获得的数据基础上估计概率分布, 因此参数不确定性因素也就始终存在。

Wang(2004)遵循用 t 分布代替具有未知参数的标的正态分布的统计抽样理论, 提出用下式对经验估计的 $S(x)$ 进行参数不确定性调整:

$$S^*(x) = \Psi(\Phi^{-1}(S(x))) \quad (2)$$

此处 Ψ 是自由度为 k 的 t 分布, 它具有概率密度 $f(t; k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot c_k \cdot [1 + \frac{t^2}{k}]^{-(0.5k+1)}$, $-\infty < t <$

∞ , 其中 $c_k = \sqrt{\frac{2}{k}} \cdot \frac{\Gamma((k+1)/2)}{\Gamma(k/2)}$ 。

假设 $S(x)$ 服从 $[0, 100]$ 区间上的均匀分布, 设 $k=7$, 根据概率密度描绘曲线, Wang (2004) 发现, t 分布调整主要使均匀分布在两端的概率密度快速增加, 而保持中间区域的密度相对不变, 即增加了标的分布的峰度, 相应地, 分布下的均值就反映出了标的损失分布的不对称性质。

令 $S(y)$ 为参数不确定性调整前经验估计出的概率分布, 我们将用 t 分布进行参数不确定性调整的 (2) 式和用 Wang 变换进行纯粹风险调整的 (1) 式相结合, 就可以得到 Wang 两因素模型: $S^*(y) = \Psi(\Phi^{-1}(S(y)) + \lambda)$ 。

三、Christofides 模型的基本原理

对于资本市场和保险市场的风险, 由于它们具有不同的性质, 因而通常需要采用不同的定价方法。但是, 如果将两个市场中的风险整合划分为系统性风险和非系统性风险, 就为两者的统一定价提供了基础。Christofides & Smith (2001) 正是基于这种想法, 提出了一个全面的风险定价框架, 并且他们发现当不存在系统性风险时, 即在巨灾债券情形下, 全面风险框架下的风险成本与通过 Wang 比例危险变换 (proportional hazards transform) (Wang, 1995) 计算得到的值相一致。由此, Christofides (2004) 认为 Wang 比例危险变换可被用来计算巨灾债券的价格。

Wang (1995) 的研究表明, 损失变量 X 的 Wang 比例危险变换可由下式给出:

$$\Pi_\rho(X) = E[\Pi_\rho(X)] = \int_0^\infty (S(x))^{1/\rho} dx$$

在这里, $S(x)$ 同 Wang 两因素模型一样, 是指 X 的生存函数, 即 $S(x) = \Pr\{X > x\}$ 。 $\Pi_\rho(X)$ 是风险厌恶水平 (risk aversion level, RAL) $^\rho$ 下的风险调整溢价, $\rho \geq 1$, 显然, 当我们提高风险厌恶水平时, 价格也随之上升。

对于非负随机变量 X , 它的期望值或均值 $E(X)$ 由生存函数在 X 的可能取值的范围内的积分给出: $E(X) = \int_0^\infty S(x) dx$ 。通过与上面的 $\Pi_\rho(X)$ 公式比较, 我们可以发现, 通过 Wang 比例危险变换, $\Pi_\rho(X)$ 在 $E(X)$ 的基础上增加了风险附加或期望超额回报, 即将风险溢价转化成了风险调整溢价。

对于一只巨灾债券来说, 我们通常会估计出其第一美元损失概率 (PFL)、本金耗尽概率 (PE) 以及期望损失 (EL)。这些是用来确定一只巨灾债券的生存函数可能形式的所有必须知道的值。它们主要由几家专业的巨灾建模公司 (如 RMS、EQECAT 和 AIR) 依据标的巨灾风险模型提供。

生存函数是在潜在损失 X 完整范围内的一个非负的递减函数, 其实际形式有许多种可能的选择。为了方便分析, 我们将 X 的值确定在 $(0, 1)$ 范围内, 从而可以将损失表示为百分位数的形式, 生存函数则由一种简单的指数衰减 (exponential decay) 形式给出: $S(x) = \alpha e^{-\beta x}$, 此处的 α 和 β 是需要确定的参数。这样, 我们就可以得到:

$$\begin{aligned} S(0) &= \alpha = PFL \\ S(1) &= \alpha e^{-\beta} = PE \\ EL &= \int_0^1 S(x) dx = \int_0^1 \alpha e^{-\beta x} dx = \frac{\alpha}{\beta} \cdot (1 - e^{-\beta}) \end{aligned} \quad (3)$$

为了从上面的式子中得到一个唯一的解, 我们需要引入第三个参数, 如一个乘方参数 γ , 相应地, 生存函数也被重新定义为: $S(x) = \alpha e^{-\beta x^\gamma}$ 。这样, 我们就可以解出唯一的 α 、 β 和 γ 值, 从而确定了生存函数的形式。

但是 Christofides 并没有止步于 Wang 比例危险变换下的巨灾债券定价公式, 而是在其基础上通过两次近似处理, 推导出了一个更简单更高效的公式。

首先, 我们假定生存函数可以近似地用一个简单的指数衰减函数来表示。Christofides(2004)实证发现用这种形式计算出的 ρ 值同用上文的三参数指数乘方形式计算出的 ρ 值很接近, 因此, 这样的近似处理具有合理性。从而

$$\text{价格} = \int_0^1 S(x)^{1/\rho} dx = \int_0^1 (\alpha e^{-\beta x})^{1/\rho} dx = \frac{\alpha^{1/\rho} \cdot \rho}{\beta} (1 - e^{-\frac{\beta}{\rho}}) \quad (4)$$

再利用泰勒展开式对(4)式进行近似处理, 并将近似结果同(3)式联系起来, 就可以得到:

$$\text{价格} = \frac{\alpha^{1/\rho} \cdot \rho}{\beta} (1 - e^{-\frac{\beta}{\rho}}) \approx \alpha^{1/\rho} \left(\frac{1 - e^{-\beta}}{\beta}\right)^{1/\rho} = EL^{1/\rho}$$

Christofides(2004)实证发现, 两次近似处理并没有对原有定价公式的精确性造成实质性的破坏, 但是却大大地提高了定价的效率。

四、三个模型的比较分析

上文已经介绍了三个巨灾债券定价模型的基本原理, 下面我们将从模型特点、实证结果和模型缺陷三个方面对它们进行比较分析。

(一) 模型特点

LFC 模型同另外两个模型相比, 最明显的区别在于, 它是一个实证模型。Lane 通过对巨灾债券市场多年的观察, 提炼出了用以解释构成溢价中期望超额回报(EER)部分的两个变量: 第一美元损失概率(PFL)和条件期望损失(CEL)。但是他并没有从理论的角度出发去推导 EER、PFL 和 CEL 之间的函数关系, 而是在拟合了包含截距项和不含截距项的线性、二次、对数线性的六个模型后, 从中挑选出了在统计量上最优的一个。而这个模型又恰好富有经济学意义, 即具有 Cobb—Douglas 生产函数形式, 体现出了市场投资者为了获取期望超额回报, 在损失频率(PFL)和损失程度(CEL)之间的权衡关系。

相对于 Lane 研究过程的“试错”特点, Wang 两因素模型和 Christofides 模型则是基于理论的逻辑推理, 而不是来自对市场的实证观察。之所以会出现这种情况, 可能同三位研究者的职业背景有关系。Lane 来自实务界, 致力于巨灾债券的推广工作, 这就为他获取市场数据进行实证观察创造了得天独厚的条件。而 Lane 长期对巨灾债券数据的搜集整理工作也得到了理论界的认可, 这一点可以从 Wang 和 Christofides 对自身模型所作实证检验的数据来源上得到验证。

作为精算学者, Wang 和 Christofides 并不像 Lane 那样专门致力于巨灾债券研究, 他们提出的模型都是在本身理论性研究基础上的扩展应用。Wang 两因素模型中重要的概率变换公式来源于他对资本市场(对称风险)和保险市场(非对称风险)统一定价的理论研究。Christofides 也关注这一问题, 提出了将风险划分为系统性风险和非系统性风险的全面定价框架, 而 Christofides 巨灾债券定价模型则可以溯源到他的这一基础性研究。

为了分析上的明晰, 三个模型都将巨灾债券价格做了细分。其中, LFC 模型借鉴了保险定价的思路, 将无风险利率之上的溢价部分(风险调整溢价)进一步细分成期望损失补偿(风险溢价)和非期望损失补偿(风险附加)两部分, 两者是加总的关系。而 Wang 两因素模型和 Christofides 模型则是通过概率变换直接地实现了从风险溢价向风险调整溢价的转换, 风险附加部分被隐含在了公式之中。

此外, 三个模型还具有一个共同的特点, 即都是建立在风险定价的框架中。Lane 和 Wang 都认为传统的风险度量指标——夏普比率(标准差)难以直接适用于非对称的保险风险, Lane 由此推荐采用度量偏斜分布的更适合的指标——条件期望损失, 而 Wang 则提出了将夏普比率扩展到非对称分布的 Wang 变换公式。Christofides 则通过考察系统性风险和非系统性风险, 发现在巨灾债券情形下, 即不

存在系统性风险时,全面风险定价公式的值同 Wang 比例危险变换公式得出的结果相一致,从而简化了定价公式的推导过程。

(二)实证结果

任何定价模型都要在经过实证检验,看它能否较好地解释过去的市场价格行为后,才能评判它的优劣,并用于未来的定价指导工作。Lane(2000)、Wang(2004)和 Christofides(2004)都对 1999 年的 16 只巨灾债券交易进行了实证分析,这为我们在一个共同的实证样本基础上对三个模型进行比较提供了方便。在这里,我们要对三个模型的实证方法做一交待。LFC 模型是利用 16 只巨灾债券的 PFL、CEL 和 EER 数据,拟合了定价公式中的 α 、 β 和 γ 三个参数,其中 $\gamma=55\%$, $\alpha=49.5\%$, $\beta=57.4\%$,再将原来的 PFL 和 CEL 数据代入拟合出的定价公式中,加上期望损失值,从而得出模型价格。Wang 两因素模型利用 PFL、PE、EL 和市场价格数据拟合出模型的最优参数,其中 $\lambda=0.453$, $k=5$,再将原来的相关数据代入拟合出的公式,得到模型价格。Christofides 模型在 1999 年的实证分析中采用了上文提到的三参数指数乘方形式,分别计算出每只巨灾债券的风险厌恶水平 ρ ,进而以它们的发行额为权重,对 16 个 ρ 值进行加权平均,再利用原来的债券相关数据结合 ρ 的加权平均值,得到模型价格。由此可见,三个模型的实证分析思路一致,即都是先获取市场整体定价水平下的参数估计值,再代入原有数据得到模型价格。三个模型的实证结果如下表所示。

表 1 三个巨灾债券定价模型 1999 年的实证结果

巨灾债券名称	市场价格	LFC 模型价格	Wang 两因素模型价格	Christofides 模型价格
Mosaic 2A	4.08%	3.80%	3.88%	3.85%
Mosaic 2B	8.36%	11.83%	10.15%	11.93%
Halyard Re	4.56%	5.01%	4.82%	4.89%
Domestic Re	3.74%	4.45%	4.36%	4.26%
Concentric Re	3.14%	3.97%	4.01%	3.85%
Juno Re	4.26%	4.16%	4.15%	4.01%
Residential Re	3.71%	4.03%	4.08%	3.95%
Kelvin 1st Event	10.97%	15.34%	12.80%	15.56%
Kelvin 2nd Event	4.82%	3.02%	3.25%	3.15%
Gold Eagle A	2.99%	2.51%	2.81%	2.25%
Gold Eagle B	5.48%	5.03%	4.82%	4.89%
Namazu Re	4.56%	5.52%	5.20%	5.42%
Atlas Re A	2.74%	1.92%	2.35%	1.74%
Atlas Re B	3.75%	2.90%	3.15%	2.69%
Atlas Re C	14.19%	12.90%	11.01%	12.90%
Seismic Ltd	4.56%	5.38%	5.13%	5.34%

资料来源: Lane(2000), Wang(2004)和 Christofides(2004)。

从上表中我们可以发现,在不考虑具体差额幅度的情况下,对于 1999 年巨灾债券市场来说,三个定价模型具有惊人的一致性,即对于特定的债券来说,其模型价格或者都高于市场价格,或者都低于市场价格。但依据上表,我们无法得出哪个模型更优的结论。对此,我们一般会想到去比较三个模型价格同市场价格的整体接近程度。如果以债券发行额为权重,对市场价格和三个模型价格进行加权平均,我们可以得到 1999 年巨灾债券市场的加权平均价格则为 5.11%, LFC 模型为 5.32%, Wang 两因素模型为 5.05%, Christofides 模型为 5.22%。因此,以 1999 年的加权平均价格为标准,在精确程度方面, Wang 两因素模型要优于 Christofides 模型, Christofides 模型要优于 LFC 模型。而且目前利用 Wang 变换进行的死亡风险证券化定价的研究(Lin & Cox, 2004)已经取得了不错的效果,这也印证了我们的判断。

(三)模型缺陷

就模型缺陷而言,由于 LFC 模型本身就是个实证模型,这就使得它同理论推导出的 Wang 两因素

模型和 Christofides 模型相比,具有先天的来自实证方面的问题,这主要体现在以下两点。

第一,模型的拟合没有吸收市场周期性的变化。因为样本数据分散于一年中,而1月份发行巨灾债券可以经历完全不同于12月份的市场条件,标的再保险市场在此期间可以处于强势或弱势,这会对债券定价造成不同程度的影响。所以,我们需要对债券进行同时定价,以使任何内在于投资者市场的权衡在一个单个的时点上能够被及时地刻画出来。巨灾债券二级市场的出现,第一次提供了对已发行债券同时定价的可能性。Lane(2004)利用2001年至2002年的季度数据输入LFC模型加以回归,发现损失程度系数要么是负的,要么就接近于零,换句话说,同二级市场的价格不相关。这可能是因为,损失程度事实上并不是巨灾债券二级市场价格的重要的决定因素,但更加可能的解释是,二级市场价格吸收了一些季节性的价格改变,但是回归模型并没有。

第二,模型的拟合没有吸收标的风灾季节性的变化。发行12个月的一只巨灾债券在整年中支付相等的利息,但是,标的风灾并不是均匀地分散于整年中。例如,一位投资者在1月份购买了美国飓风债券,并且打算在6个月后将其卖出,他就不能奢望得到很多利息收入。这是因为90%的美国飓风发生在8月、9月和10月中,那三个月风灾的承担者(投资者)将要求获得所有支付利息的90%。一种特殊的不具有季节性因素的巨灾债券便是那些仅包含地震风险的债券。Lane(2004)利用1997年至2003年初始发行的地震债券相关数据进行回归,发现初始发行的定价主要依赖于损失频率,但是损失程度也是价格权衡的一个相对重要的因素。由于二级市场上交易的地震债券数量太少,导致无法对其进行同时定价的回归分析。

尽管模型精确程度更高,但相对于LFC模型和Christofides模型易于处理的性质来说,Wang两因素模型显得较为复杂,并且Wang在文献中也没有披露技术实现的细节。而对于简化的Christofides模型,所有的焦点都集中于风险厌恶水平 ρ 的确定,这在模型的实证分析中尚显得不够紧迫,但在将模型用于未来债券的定价时,就变得异常重要。当然,LFC模型和Wang两因素模型也面临着模型参数的外推问题。对此,Lane和Wang的处理方式是简单地假定未来一年的参数同前一年的参数保持一致。Christofides(2004)则细致地讨论了未来债券风险厌恶水平 ρ 的决定问题。他利用美国飓风损失数据,发现目前的巨灾债券定价水平($\rho=1.65\pm0.15$)过于谨慎,位于损失分布的第1或第2个百分位数周围,对此,Christofides建议将隐含的定价百分位数设置在损失分布的第10个百分位数水平周围(ρ 约为1.3),从而导致巨灾债券目前的价格水平下降超过50%,这将会在保持对投资者公平回报的同时,吸引更多的债券发行人进入这一市场。

本文介绍了基于风险定价框架的巨灾债券定价的LFC模型、Wang两因素模型和Christofides模型的基本原理,并从模型特点、实证结果和模型缺陷三个方面对它们进行了比较分析,得出了以下重要结论:(1)LFC模型来自于实证观察,Wang两因素模型和Christofides模型则来自于理论推导;(2)以1999年16只巨灾债券的市场加权平均价格为标准,在精确程度方面,Wang两因素模型要优于Christofides模型,Christofides模型要优于LFC模型;(3)LFC模型面临着周期性和季节性调整的实证问题,Wang两因素模型技术实现上相对复杂,而Christofides模型的问题集中于风险厌恶水平 ρ 值的确定。综合考虑多方面的因素,我们建议,在未来的巨灾债券定价过程中,可以在过去交易的加权平均的风险厌恶水平 ρ 值的基础上进行调整,利用Christofides模型得到一个大致的价格范围。

[参 考 文 献]

- [1] Christofides, S. & A. D. Smith. DFA-The Value of Risk[EB]. CAS Spring Forum, Casualty Actuarial Society, 2001.
- [2] Christofides, S. Pricing of Catastrophe Linked Securities[EB]. Astin Bulletin, 2004.
- [3] Geneva Association. Insurance and the State of the Art in Cat Bond Pricing [C]. Working Paper Series, No 278,

2004.

- [4] Lane, M. N. A Year of Structuring Furiously[J] . Energy Insurance Review, 1997.
- [5] Lane, M. N. Price, Risk and Ratings for Insurance-linked Notes: Evaluating Their Position in Your Portfolio[J] . Derivatives Quarterly, 1998.
- [6] Lane, M. N. Risk Cubes or Price, Risk and Ratings (Part II)[J] . Journal of Risk Finance, 1999, 1(1).
- [7] Lane, M. N. Pricing Risk Transfer Transactions[EB] . Astin Bulletin, 2000.
- [8] Lane, M. N. Rationale and Results with the LFC Cat Bond Pricing Model[C] . Geneva Association. Insurance and the State of the Art in Cat Bond Pricing. Working Paper Series, No 278, 2004.
- [9] Lin, Yijia & S. H.Cox. Securitization of Mortality Risks in Life Annuities[EB] . Georgia State university working paper, 2004.
- [10] Wang, S. S. Insurance Pricing and Increased Limits Ratemaking by Proportional Hazards Transforms [J] . Insurance Mathematics & Economics, 1995, 17.
- [11] Wang, S. S. A Class of Distortion Operators for Pricing Financial and Insurance Risks[J] . Journal of Risk and Insurance, 2000, 67(1).
- [12] Wang, S. S. Cat Bond Pricing Using Probability Transforms[C] . Geneva Association. Insurance and the State of the Art in Cat Bond Pricing. Working Paper Series, No 278, 2004.

(责任编辑 邹惠卿)

Comparative Study on Catastrophe Bonds Pricing Model Based on the Framework of Risk Pricing

TIAN Ling, XIANG Fei

(School of Economics & Management, Wuhan University, Wuhan 430072, Hubei, China)

Biographies: TIAN Ling (1969-), female, Professor, Doctoral supervisor, School of Economics & Management, Wuhan University, majoring in risk management; XIANG Fei (1980-), male, Graduate, School of Economics & Management, Wuhan University, majoring in risk management.

Abstract: This paper introduces three typical catastrophe bonds pricing model—LFC model, Wang two-factor model, and Christofides model, which are based on the framework of risk pricing. Furthermore, the authors compare three models from the aspect of model features, empirical results and model defects. The authors argue that when pricing catastrophe bonds in the future, we can use Christofides model for obtaining the approximate range of prices by adjusting the weighted average of past transactions' risk aversion level^①.

Key words: catastrophe bonds; risk pricing; LFC Model; Wang Two-factor Model; Christofides Model