

巨灾风险债券定价研究的进展述评

田 玲 张 岳

[摘 要] 巨灾风险债券作为一种新型金融工具,其定价研究在理论和实证两方面都取得了很大的进展,不过并没有形成统一、成熟的模型。在理论定价层面,参数不确定性、巨灾损失的描述、随机利率、汇率及债券评级 4 个方面是需要解决的主要问题。基于实证的定价模型对投资者的指导意义很大,却受限于较少的数据,外推时准确性较差,不宜用于初始定价。从另一个角度看,债券合成的方法成为巨灾风险债券定价研究的热点,但在市场不完全问题的处理上稍显简单。

[关键词] 巨灾风险债券定价;损失分布;随机利率;债券合成

[中图分类号] F804.64 [文献标识码] A [文章编号] 1672-7320(2008)05-0650-05

巨灾风险债券(CAT bonds)是利用特殊目的机构将巨灾风险由保险市场转移到资本市场,分散巨灾风险强有力的新型金融工具。根据结构特征,如果不考虑其收益取决于自然巨灾发生的事实,巨灾风险债券类似于浮动利率公司债券(floating-rate corporate bonds),但依据逻辑特征,它起源于公司对自然巨灾风险对冲的需求,实现了发行者风险在债券持有者之间的分散,从而使其看上去更像是一份保险单。

因此,巨灾风险债券的定价意味着对金融市场和保险市场的统一定价。这种统一定价的难度加之巨灾风险债券合同的非标准化使得其定价方面的研究进展不大,没有形成一个统一的模型。虽然定价模型不统一,但在研究流程方面是统一的。本文基于这个统一流程研究了有代表性的定价模型。另外,在合理解决不完全市场问题后,债券合成的方法在定价研究中得到广泛的应用,不同的定价模型意味着对巨灾风险债券不同的分解方法。

一、巨灾风险债券定价流程图

我们将巨灾风险债券定价分为三个步骤:第一步是建立危险因素模块(hazard model)。在这个部分中利用历史数据,标的所在地特征等信息,得到一系列随机事件以及他们的显著特征。

第二步是建立损失模块。这部分显示了由巨灾造成的损失。从危险函数到损失函数的转化可以有两种方法:一种是利用工程技术进行直接估计;另外一种是利用保险公司对不同巨灾后标的物修复的精算数据进行间接估计。

最后是建立金融模块。评价巨灾对保险单或者再保险单标的损失的影响,估算其财务损失。再根据合同的设计,考虑金融市场利率、评级、汇率等因素,得出巨灾风险债券的价格。

二、巨灾风险债券定价影响因素的具体分析

根据巨灾风险债券定价流程图,以下四方面对巨灾风险债券定价有重要影响。

(一)参数不确定性

在上面的流程中,模块一的技术已经比较成熟,有专业的巨灾建模公司可以提供巨灾模型。大多数研究认为此时影响较大的因素是参数不确定性。这种不确定性曾被认为是巨灾风险债券高溢价的主要因素。但 Kenneth A. Froot and Steven Posner(2000)认为,只要精算概率是无偏的和与事件本身是不相关的,参数的不确定性对巨灾风险债券定价就不

收稿日期: 2008-02-25

作者简介: 田 玲,武汉大学经济与管理学院教授,博士生导师;湖北 武汉 430072。

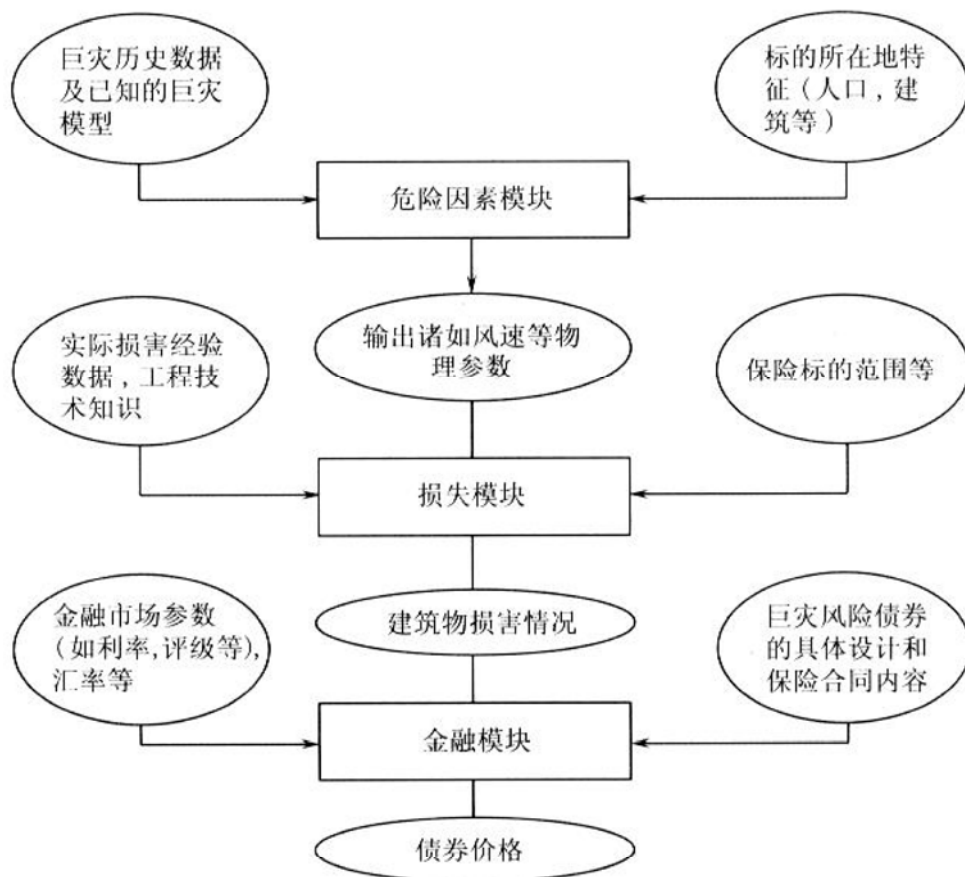
张 岳,武汉大学经济学院与管理学院硕士生。

基金项目: 国家自然科学基金项目(70403013);湖北省自然科学基金项目(2007ABA205)

会产生影响。即使精算概率和事件本身是相关的,参数不确定性也不足以完全解释高溢价。David Miller 研究表明衡量巨灾风险债券不确定性参数的范围为 1.9~2.3,而计算 1970~1997 年间企业债券违约率的波动范围和不确定性参数为 3.6~4.6,没有理由认为不确定性使得巨灾风险债券比企业债券具有高得多的溢价。Vivek J. Bantwal and Howard C. Kunreuther(2000), Kenneth A. Froot & Steven E. Posner(2001)从投资者投资组合的角度,认为在巨灾风险与其他金融资产不相关的情况下,无论巨灾之间相关与否,都只能解释风险溢价中的 1%~2%。

(二)巨灾损失的数学描述

巨灾损失是偏斜的,具有(偏)幂函数分布,和这些事件的损失统计量相关联(Barton & Nishenko(1994))。幂函数分布有许多矩相关的统计难点,不易采用传统的(风险)分散方法和中心极限定理。Embrechts et al(1997)认为,假如具有长尾或大偏差结果假设,分布至少一阶矩存在,则这个问题应用极值理论时将会有麻烦。Zajdenweber 也通过研究表面,对数正态分布并不适合描述损失。



巨灾损失^①一般用某个随机过程来描述。早期定价模型为了研究的需要, Henri Loubergé(1999)、Lee and Yu(2002)采用几何布朗运动。这种假设的合理性在于虽然巨灾的发生是在离散的时间里,并可以用泊松分布来描述,但巨灾的损失却是在连续时间内波动的。

然而,当一些重大事件发生时,市场价格会发生大的波动,为描述这种现象,需要引入不连续随机过程 Levy 过程。巨灾风险债券特殊之处正是这种巨灾引起的跳跃性,因此,后期的文献都是用 Levy 过程族来描述标的资产的运动。

Cox(2000)、Vaugirad(2004)、Cummins 和 Geman(1995)、I—S—r 模型、Kenneth A. Froot and Steven Posner(2000)等假设了损失指数服从跳跃扩散过程:

$$\frac{dL}{L} = \mu dt + \delta Z_2 + (\Gamma - 1)dN$$

其中 α , δ 为常数,损失幅度 Γ 服从对数正态分布,损失频率 N 为泊松分布, Z_2 为标准布朗运动。Henri Loubergé 在他的模型中用跳跃扩散过程替代几何布朗运动得到了一个更加一般的模型,也验证了这种描述的合理性。

这个损失指数可以分为三个部分,无巨灾发生条件下的期望瞬间指数变化、未预料的瞬间指数变化,以及由于巨灾的到来产生的瞬间指数变化。投资者对自然跳跃风险是保持中立的,风险指数中的非巨灾变化(三个部分中的前两个部分)可以通过现有的挂牌证券进行复制,就像复制利率变化一样。

不同的定价模型对于第三部分的瞬时指数变化的描述略有不同,Vaugirad 虽然也采用了复合泊松过程,但他采用的不是损失幅度而是跳跃的次数。

与此类似,Cummins 和 Geman(1995)用一个正常数 k 表示跳跃的程度代替了损失幅度。

(三)随机利率

利率的随机性问题是 从损失模块到金融模块需要解决的最重要的问题。Poncet and Vaugirad(2002)详细说明了 对随机利率处理的两种方法,一种是 Gaussian rates 假设,Jarrow and Morton (1992)、Vasicek (1977)、I—S—r 模型,都是采用的这种假设。第二种是 Cox、Ingersoll and Ross (1985)中采用的 CIR 模型。

Gaussian rates 中,瞬时向前利率 $(f(t,u))_{0\leq u\leq t}$ 遵循下面的过程:

$$d(f(t,u))=\sigma(f(t,u))\left(\int_{t,u}\sigma(f(t,s))ds\right)dt+\sigma(f(t,u))dW_{2t}$$

其中, $\sigma(\square)$ 是从 R 到 R 的连续函数, W_{2t} 为在测度 P 下的标准布朗运动。作为一个经常使用的特例,Heath et al (1992),设 $r(t)=f(t,t)$,则有:

$$dr(t)=a(t)(b^*(t)-r(t))+\sigma_r(t)dW_{2t}$$

其中 $a(\square),b^*(\square),\sigma_r(\square)$ 为决定函数。Vasicek [1977] 在假设 $a(\square),b^*(\square),\sigma_r(\square)$ 为常数和利率服从均值回复过程 的条件下得出了无风险债券的闭合解。

支持者认为,这样假设有两个好处,一方面可以很容易的得出债券价格的闭合解;另一方面与观察到的实际利率比 较相符。

CIR 模型认为瞬时无风险利率在概率测度下满足下列平方根过程:

$$dr(t)=(a-b^*(t)r(t))dt+\sigma\sqrt{r(t)}dW_{2t}$$

此种假设无法得出巨灾风险债券的闭合解,Romaniuk(2002),Hansjorg Albrecher, Jurgen Hartinger(2003)采用了 Monte Carlo 模拟的方法得出数值解。

(四)汇率与债券评级

Patrice Poncet 和 Victor E. Vaugirard(2001)用几个例子分析了汇率的影响。他们的研究表明:汇率风险对债券价 格的影响比触发概率的影响要小。但当标的物位于计价货币国以外时,比如以美元发行日本地震风险债券,汇率风险是 应该认真考虑的。

评级公司的评级直接影响巨灾风险债券在二级市场的交易价格。对 1997 年到 2006 年发行的 123 种^②巨灾风险债 券信用评级情况进行统计,可以发现巨灾风险债券大多数为投机级。

这种情况似乎要求发行者给投资者一个高溢价,但市场的表现是这个高溢价比相同的级别的企业债券还要高。这 种现象一定程度上可以用评级公司给与的巨灾风险债券和企业债券相同级别不同的违约率来解释。例如,Kris Lizak (2003)认为,同时 BB 级的债券,标准普尔给与企业债券 1.22 的违约率,而给与巨灾风险债券 2.77 的违约率。

表 1 为 A.M.BEST 公司对巨灾风险债券评级采用的理论矩阵(Idealized Default Matrix)^③可以帮助我们认识这种 评级的依据。

表 1 A.M.BEST 公司的理论违约率矩阵

年限	aa—	a+	a	a—	bbb+	bbb	bbb—	bb+	bb	bb—	b+	b	年限
1	0.05	0.06	0.11	0.16	0.21	0.23	0.27	0.52	0.66	0.81	1.07	1.33	1
2	0.23	0.32	0.44	0.56	0.67	0.74	0.89	1.51	1.81	2.10	2.83	3.56	2
3	0.42	0.58	0.76	0.95	1.13	1.25	1.51	2.48	2.91	3.35	4.51	5.66	3
4	0.62	0.84	1.08	1.33	1.58	1.76	2.13	3.41	3.99	4.57	6.11	7.66	4
5	0.64	1.10	1.41	1.71	2.02	2.25	2.75	4.30	5.03	5.75	7.65	9.54	5
年限	aa—	a+	a	a—	bbb+	bbb	bbb—	bb+	bb	bb—	b+	b	年限

数据来源:Rating Natural Catastrophe Bonds , A.M. Best's Quick Reference

在处理完这些主要问题后,巨灾风险债券的定价就和传统的债券定价模型相似。现金流贴现模型(Cox(2000)、 Victor E. Vaugirad(2001))、B—S 期权模型(Cummins and Geman, Henri Loubergé, Lee and Yu)、扩展的资本资产定价 模型(Cummins 和 Phillips)等方法都是经常使用的定价方法。

三、基于债券合成的巨灾风险债券定价模型

债券定价的一个重要方法是债券合成。可以利用具有相同现金流的其他类型金融工具合成巨灾风险债券,再利用

这些金融工具的定价方法为巨灾风险债券定价。这种方法的限制条件是巨灾风险债券具有市场的不完全性。这种观点认为巨灾风险债券含有的自然风险是市场上任何金融工具所不含有的,资本市场上现有的任意传统证券组合都不能复制巨灾风险债券的现金流。解决这个问题有三个途径,一个直接假设市场是完全的,简化分析。另一个途径是加入一种虚构资产把(所研究的)市场嵌入到一个完全市场(例如 Shirawaka, 1991)。最后一种方法是采用金融理论中处理不完全市场问题常用的代理人理论(Cox(2000)、韩天雄、陈建华(2003))。但 Victor E. Vaugirad 并不同意不完全市场是一个问题,他认为即使在一个不完全市场和标的非贸易基础下巨灾风险债券套利价格也是存在的。

Cox(2000)利用代理人理论把巨灾风险债券的价格表示为各期期末现金流期望值与该期未到期日的零息票债券价格的乘积之和。用公式表示为: $V(d) = \sum_{k=1}^T P(0, k) E^P[d(k)]$, $P(0, k)$ 表示零息债券的价格,而 $E^P[d(k)]$ 表示期末现金流的期望值。Henri Loubergé 则利用无风险债券和欧洲买权合成了巨灾风险债券。

李勇权(2005)给出了巨灾风险债券的如下模型:巨灾风险债券=无风险债券-巨灾期权。他认为,巨灾期权的设计是巨灾风险债券创新设计的关键。巨灾期权的价格支付可以通过从无风险债券的价格中扣除期权费的方式进行,也可以通过按息票支付期增加息票率的形式支付。

四、巨灾风险债券定价模型分类

按照金融定价模型的分类,我们将其分为均衡定价模型和无套利定价模型。Aase(1999)、Cox 和 Pedersen(2000)、Cox et al(2000)、Kenneth A. Froot 和 Steven Posner(2000)运用的是均衡定价方法。Sonderman(1991)、Cox 和 Schwebach(1992)、Cummins 和 Geman(1995)、Geman 和 Yor(1997)、Lougge et al(1999)、Lee 和 Yu(2002)、Dassins 和 Jan(2003)、Romaniuk(2003)、Cox et al.(2004)运用无套利框架。Cox and Pedersen(2000)指出:与企业债券不同,巨灾风险债券的违约率与金融市场不具有相关性,一个不完全市场的假设是不可避免的,这使无套利方法受到限制。

依照巨灾风险债券的特殊性,可以把定价模型分为完全市场的定价模型和不完全市场的定价模型。Cummins and Geman(1995)、Litzenberger(1999)、Zajdenweber、Briys、Henri Loubergé、Angelika Schuchlin, Yu. Baryshnikov、Lee 和 Yu(2002)都采用了完全市场模型。完全市场模型一方面可以简化分析,通过一定的假设条件,不完全市场也可以转化为完全市场。

框架内的实证模型,包括 Wang 的两因素模型、LFC 模型、Christofides 模型。三者都是采用计量的方法,用影响价格的几个最重要的因素来定价。Wang(2000)提出了包含参数不确定性和风险调整两个因素的定价模型:

$S^*(y) = Q(\Phi^{-1}(S(y)) + \lambda)$, λ 表示夏普比率, Q 表示 t 调整,是需要根据市场上已有的巨灾风险债券确定的参数。Christofides 在此基础上提出了一个更为简单的计算公式: $Spread = EL^{1/p}$, 风险厌恶系数 λ 是唯一需要根据历史数据确定的参数。

而 Lane Financial 公司基于数年的观察提出了具有 Cobb-Douglas 函数形式的 LFC 模型: $EER = \gamma(PFL)^\alpha \times (CEL)^\beta$, 其中, EER 表示期望超额回报, PFL 表示第一美元损失概率, CEL 表示条件期望。 α, β, γ 是需要根据市场数据确定的参数,随着时间的推移,拟合的 LFC 具有不同的形式。

风险框架内的风险定价方法把巨灾风险债券的高溢价考虑进去可以看作是巨灾风险债券二级市场的定价。但是,问题在于这种定价方法外推的准确性,模型也没有对价格的形成因素做详细的分析。

田玲、向飞(2006)认为,以 1999 年的加权平均价格为标准,在精度方面, Wang 的两因素模型要高于 Christofides 模型, Christofides 模型要高于 LFC 模型。

五、结束语

从已取得的成果看,巨灾风险债券定价寻求对传统债券定价理论的改进以适应自然风险被引入其中的特征。在其中须处理的四个关键问题中,参数的不确定性虽然在理论的研究中被认为不会对定价影响很大,但现实中却被广泛的认为是巨灾风险债券高溢价的原因之一。利率描述是金融定价中成熟的内容,而巨灾损失的数学描述刻画了巨灾风险债券不同于一般债券的特征:含有自然风险。市场环境使得汇率和债券评价对巨灾风险债券的影响也较大。由于巨灾风险债券定价研究离不开一般债券定价理论,债券合成的方法自然也就成了定价研究的一种重要方法。除了传统的均衡定价方法和无套利定价方法,风险定价方法侧重于用实证的研究方法寻求对债券的定价,形成了对债券价值的评估方法。

从存在的困难看,许多问题分歧依然很大,突出体现在参数不确定性的影响和对市场不完全的处理上。绝大多数的巨灾风险债券定价模型把保险市场看作一个外生变量,并没有反映巨灾风险债券连接保险市场和金融市场的特征。

从发展趋势看。研究基本上沿着两个方向演进:基于实证的风险分析模型和理论价格模型。基于实证的分析模型困难主要在于巨灾风险债券的样本太少,其可靠性有待检验。理论模型目前并没有统一,只是在原有的金融模型上做了修改,本质上并没有大的变化。这些模型仍然利用债券合成等方式,都属于无套利或者均衡定价范围。

注 释:

- ① 这里的巨灾损失如无特殊说明都是采用指数的形式。
- ② 对于同一种风险债券分为不同等级发售的,我们认为是不同的巨灾风险债券。
- ③ A.M.BEST 运用 1977.12.31 到 2005.12.31 间 28 年度数据进行评级。在此期间,大约 5000 个美国国内保险公司被 A.M.BEST 评级,这些保险公司的数据构成了公司对保险连接债券评级所用的理论违约率矩阵。

[参 考 文 献]

- [1] Vaugirard, Victor. 2004. "A Danonical First Passage Time Model to Pricing Nature ? Linked Bonds," *Economics Bulletin* 7(2).
- [2] Wang, Shaun S. 2004. "Cat Bond Pricing Using Probability Transforms," *Special Issue Insurance and the State of the Art in Cat Bond Pricing*, Geneva, January.
- [3] Lee, Jin-Ping & Min-Teh Yu. 2002. "Pricing Default-Risky Cat bonds With Moral Hazard and Basis Risk," *The Journal of Risk and Insurance* 69(1).
- [4] Poncet, Patrice & Victor E. Vaugirard. 2001. "The Valuation of Nature-Linked Bonds With Exchange Rate Risk," *Journal of Economics and Finance* 25(3).
- [5] Cox, Samuel H. & Hal W. Pedersen. 2001. "Catastrophe risk bonds," *North American Actuarial* 4(4).
- [6] 田 玲、向 飞:《基于风险框架的巨灾债券定价模型比较研究》,载《武汉大学学报(哲学社会科学版)》2006 年第 3 期。
- [7] 李勇权:《巨灾保险风险证券化研究》,北京:中国财政经济出版社 2005 年版。

(责任编辑 邹惠卿)

Review on Evolution of Cat Bond Pricing Model

Tian Ling, Zhang Yue

(School of Economics and Management, Wuhan University, Wuhan 430072, Hubei, China)

Abstract: Cat bonds is a new type of financial instrument, of which the pricing has made great progress in both theoretical and empirical research areas, but the pricing has been not form a unified model. The parameters of uncertainty, the description of catastrophe losses, random interest rate, exchange rate and bond rating are the main issues to be resolved in theory pricing level. The pricing model based on the evidence has great guiding significance to investors, but it is not appropriate for the initial pricing. From another perspective, cash flows copying method become a way of catastrophic bonds pricing, but it is poor in solving incomplete market problem.

Key words: cat bonds pricing; distribution of loss; random interest rate; cash flows copying method